UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

Codifica binaria dell'informazione

Codifica binaria
Elaborazione di dati binari

Eindhoven
University of Technology

Where innovation starts

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA
DIMES

Codifica binaria

- Codifica binaria: usa un alfabeto di **2** simboli
- Usata nei sistemi informatici (livello fisico)
  - si usa una grandezza fisica (luminosità, tensione elettrica, la corrente elettrica) per rappresentare informazione
  - si divide in intervalli l'insieme dei valori che la grandezza può assumere: ogni intervallo corrisponde ad un simbolo
- Solo 2 simboli per ridurre la probabilità di errore
  - tanti più simboli si devono distinguere e tanto meno la rivelazione sarà affidabile in presenza di "rumore"

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA
DIMES

Codifica binaria

- **BIT (BInary digiT)**
  - unità elementare di informazione rappresentabile con dispositivi elettronici
  - con 1 bit si possono rappresentare 2 stati
    - 0/1, on/off, si/no
- Combinando più bit si può codificare un numero maggiore di stati
  - con 2 bit possono rappresentare 4 stati
  - con **K** bit si possono rappresentare 2^K stati
- Quanti bit servono per codificare N stati?
  - $N \leq 2^K \rightarrow K \geq \log_2 N \rightarrow$ $\mathbf{K = \lceil \log_2 N \rceil}$

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

Codifica dei numeri naturali

- *Esempio*:
  - cioè può essere rappresentato dalla sequenza di bit (*stringa binaria*)

1 1 0 1

  - 13 può essere espresso mediante potenze di 2 come:

$$\mathbf{1} \times 2^3 + \mathbf{1} \times 2^2 + \mathbf{0} \times 2^1 + \mathbf{1} \times 1 = 13$$

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

Conversione decimale-binario

18 : 2 = 9	resto 0
9 : 2 = 4	resto 1
4 : 2 = 2	resto 0
2 : 2 = 1	resto 0
1 : 2 = 0	resto 1

10010

137 : 2 =	68	resto 1
68 : 2 =	34	resto 0
34 : 2 =	17	resto 0
17 : 2 =	8	resto 1
8 : 2 =	4	resto 0
4 : 2 =	2	resto 0
2 : 2 =	1	resto 0
1 : 2 =	0	resto 1

10001001

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

Codifica

Modulo e Segno

Complemento 1 e 2

immagini

Numeri binari

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA
DIMES

- Per convertire ***la sola parte intera***, si divide il numero per 2, eliminando l'eventuale resto e continuando a dividere per 2 il quoziente ottenuto fino a quando non si ottiene quoziente uguale a 0

- Il numero binario si ottiene scrivendo ***la serie dei resti*** delle divisioni, ***iniziando dall'ultimo*** resto ottenuto
- **Attenzione**: non fermarsi quando si ottiene **quoziente 1**, ma proseguire fino a **0**

```
100 / 2 = 50 resto 0
 50 / 2 = 25 resto 0
 25 / 2 = 12 resto 1
 12 / 2 =  6 resto 0
  6 / 2 =  3 resto 0
  3 / 2 =  1 resto 1
  1 / 2 =  0 resto 1
```

$(100)_{10} = (1100100)_2$

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA
DIMES

Numeri esadecimali

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

933 / 16 = 58 resto 5
58 / 16 = 3 resto 10 (A)
3 / 16 = 0 resto 3

$(933)_{10} = (3A5)_{16}$

$(3A5)_{16} = (3*16^2+10*16^1+5)_{10}$

Codifica dei numeri naturali

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA
DIMES

- Sistema di numerazione posizionale con **base β**
  - *β* simboli (**cifre**) corrispondono ai numeri da *0* a *β-1*
  - i numeri naturali maggiori o uguali a *β* possono essere rappresentati da una sequenza di cifre
- Se un numero naturale *N* è rappresentato in base β dalla sequenza di *n* cifre

$$a_{n-1}\, a_{n-2} \ldots a_1\, a_0$$

allora *N* può essere espresso come segue:

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \beta^i = a_{n-1}\beta^{n-1} + a_{n-2}\beta^{n-2} + \ldots + a_2\beta^2 + a_1\beta + a_0$$

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

Codifica dei numeri naturali

- Quindi
  - Numero = sequenza di bit (codifica in base 2)
  - Con **K** bit si rappresentano i numeri da 0 a $\mathbf{2^K-1}$
- Esempi:
  - 2 = sequenza 1 0
  - 3 = sequenza 1 1
  - 4 = sequenza 1 0 0
  - .....

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA

Esercizi

- DA BASE 2 A BASE 10
  - $10011_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$
    $= 19_{10}$
- DA BASE 8 A BASE 10
  - $7201_8 = 7 \times 8^3 + 2 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 1 \times 8^0 = 3713_{10}$
- DA BASE 16 A BASE 10
  - $A02F7_{16} = A \times 16^4 + 0 \times 16^3 + 2 \times 16^2 + F \times 16^1 + 7 \times 16^0 =$
    $= 656119_{10}$
- ALTRI ESEMPI
  - $72F1_{16} = ????_{10}$
  - $1011_2 = ????_{10}$
  - $1407_8 = ????_{10}$

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

Esercizi (2)

- CONVERSIONI DA BASE 10 A BASE 8

313	1
39	7
4	4

$313_{10} = 471_8$

- CONVERSIONI DA BASE 10 A BASE 16

313	9
19	3
1	1

$313_{10} = 139_{16}$

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA

Esercizi (3)

- Conversioni da base 2 a base 8

000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

$000\ 100\ 111\ 001_2 = 0\ 4\ 7\ 1_8$

- Conversioni da base 2 a base 16

0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

$0001\ 0011\ 1001_2 = 1\ 3\ 9_{16}$

- Proprietà:
  - Ciascuna cifra ottale (esadecimale) corrisponde ad un gruppo di 3 (4) cifre binarie

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA

Esercizi (3)

- CONVERSIONI DA BASE 2 A BASE 8

000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

$000\ 100\ 111\ 001_2 = 0\ 4\ 7\ 1_8$

- CONVERSIONI DA BASE 2 A BASE 16

0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

$0001\ 0011\ 1001_2 = 1\ 3\ 9_{16}$

$(0111\_0001\_1011\_1000)_2 = (71B8)_{16}$

A

Esercizi

- Convertire in formato ***decimale*** i seguenti numeri ***binari***:
  11, 101011, 1100, 111111, 10101010
- Convertire in formato ***decimale*** i seguenti numeri ***ottali:***
  12, 23, 345, 333, 560
- Convertire in formato ***decimale*** i seguenti numeri ***esadecimali:***

  12, DAB, 15D, FFFF, 51A
- Convertire in ***binario*** i seguenti numeri ***decimali***:

  45, 234, 67, 83, 972
- Convertire in ***ottale*** e in ***esadecimale*** i ***numeri binari*** ottenuti dalla conversione dei numeri decimali di cui al punto precedente

Soluzioni degli esercizi

$\mathbf{11}_{\mathbf{due}} = (1x2^1 + 1x2^0)_{dieci} = (2 + 1)_{dieci} = 3_{dieci}$

$\mathbf{101011}_{\mathbf{due}} = (1x2^5 + 0x2^4 + 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0)_{dieci} = (32 + 8 + 2 + 1)_{dieci} = 43_{dieci}$

$\mathbf{1100}_{\mathbf{due}} = (1x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 0x2^0)_{dieci} = (8 + 4 + 0 + 0)_{dieci} = 12_{dieci}$

$\mathbf{111111}_{\mathbf{due}} = (1x2^5 + 1x2^4 + 1x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0)_{dieci} = (32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1)_{dieci} = 63_{dieci}$

$\mathbf{10101010}_{\mathbf{due}} = (1x2^7 + 0x2^6 + 1x2^5 + 0x2^4 + 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0)_{dieci} = (128 + 32 + 8 + 2)_{dieci} = 170_{dieci}$

$\mathbf{12}_{\mathbf{otto}} = (1x8^1 + 2x8^0)_{dieci} = (8 + 2)_{dieci} = 10_{dieci}$

$\mathbf{23}_{\mathbf{otto}} = (2x8^1 + 3x8^0)_{dieci} = (16 + 3)_{dieci} = 19_{dieci}$

$\mathbf{345}_{\mathbf{otto}} = (3x8^2 + 4x8^1 + 5x8^0)_{dieci} = (3x64 + 32 + 5)_{dieci} = 229_{dieci}$

$\mathbf{333}_{\mathbf{otto}} = (3x8^2 + 3x8^1 + 3x8^0)_{dieci} = (3x64 + 24 + 3)_{dieci} = 219_{dieci}$

$\mathbf{560}_{\mathbf{otto}} = (5x8^2 + 6x8^1 + 0x8^0)_{dieci} = (5x64 + 48 + 0)_{dieci} = 368_{dieci}$

$\mathbf{12}_{\mathbf{sedici}} = (1x16^1 + 2x16^0)_{dieci} = (16 + 2)_{dieci} = 18_{dieci}$

$\mathbf{DAB}_{\mathbf{sedici}} = (13x16^2 + 10x16^1 + 11x16^0)_{dieci} = (13x256 + 160 + 11)_{dieci} = 3499_{dieci}$

$\mathbf{15D}_{\mathbf{sedici}} = (1x16^2 + 5x16^1 + 13x16^0)_{dieci} = (256 + 80 + 13)_{dieci} = 349_{dieci}$

$\mathbf{FFFF}_{\mathbf{sedici}} = (15x16^3 + 15x16^2 + 15x16^1 + 15x16^0)_{dieci} = (15x4096 + 15x256 + 15x16 + 15)_{dieci} = (61440 + 3840 + 240 + 15)_{dieci} = 65535_{dieci}$

$\mathbf{51A}_{\mathbf{sedici}} = (5x16^2 + 1x16^1 + 10x16^0)_{dieci} = (5x256 + 16 + 10)_{dieci} = 1306_{dieci}$

Soluzioni degli esercizi

45_{dieci}

45/2 = 22 con resto 1
22/2 = 11 con resto 0
11/2 = 5 con resto 1
5/2 = 2 con resto 1
2/2 = 1 con resto 0
1/2 = 0 con resto 1

$45_{dieci} = 101101_{due}$

234_{dieci}

234/2 = 117 con resto 0
117/2 = 58 con resto 1
58/2 = 29 con resto 0
29/2 = 14 con resto 1
14/2 = 7 con resto 0
7/2 = 3 con resto 1
3/2 = 1 con resto 1
1/2 = 0 con resto 1

$234_{dieci} = 11101010_{due}$

67_{dieci}

67/2 = 33 con resto 1
33/2 = 16 con resto 1
16/2 = 8 con resto 0
8/2 = 4 con resto 0
4/2 = 2 con resto 0
2/2 = 1 con resto 0
1/2 = 0 con resto 1

$67_{dieci} = 1000011_{due}$

83_{dieci}

83/2 = 41 con resto 1
41/2 = 20 con resto 1
20/2 = 10 con resto 0
10/2 = 5 con resto 0
5/2 = 2 con resto 1
2/2 = 1 con resto 0
1/2 = 0 con resto 1

$83_{dieci} = 1010011_{due}$

Soluzioni degli esercizi

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

972_{dieci}

$972/2 = 486$ con resto 0
$486/2 = 243$ con resto 0
$243/2 = 121$ con resto 1
$121/2 = 60$ con resto 1
$60/2 = 30$ con resto 0
$30/2 = 15$ con resto 0
$15/2 = 7$ con resto 1
$7/2 = 3$ con resto 1
$3/2 = 1$ con resto 1
$1/2 = 0$ con resto 1

$972_{dieci} = 1111001100_{due}$

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

- Convertire in ***ottale*** e in ***esadecimale*** i ***numeri binari*** ottenuti dalla conversione dei numeri decimali di cui al punto precedente

Soluzioni degli esercizi

101101_{due} ➔ 101 101 = 55_{otto}
11101010_{due} ➔ 11 101 010 = 352_{otto}
1000011_{due} ➔ 1 000 011 = 103_{otto}
1010011_{due} ➔ 1 010 011 = 123_{otto}
1111001100_{due} ➔ 1 111 001 100 = 1714_{otto}

101101_{due} ➔ 10 1101 = $2D_{sedici}$
11101010_{due} ➔ 1110 1010 = EA_{sedici}
1000011_{due} ➔ 100 0011 = 43_{sedici}
1010011_{due} ➔ 101 0011 = 53_{sedici}
1111001100_{due} ➔ 11 1100 1100 = $3CC_{sedici}$

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

Codifica dei numeri interi

- Vari tipi di codifiche:
  - Modulo e segno
  - Complemento a 1
  - Complemento a 2
    - comunemente usata nei sistemi reali

Modulo e segno (1)

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA
DIMES

- 1 bit per rappresentare esplicitamente il segno
  - **0** → **+**
  - **1** → **-**
- Gli altri bit rappresentano il valore assoluto del numero come binario puro
- Esempi (su 8 bit):
  - -2 → **1** 0000010
  - +5 → **0** 0000101

Modulo e segno (2)

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA
DIMES

- Note:
  - Segno completamente disgiunto dal valore del numero
  - Posizione del bit del segno, entro la stringa, irrilevante
- Difetti:
  - Il valore zero ha due distinte rappresentazioni:
    - 1000000000 → -0
    - 0000000000 → +0
  - Non permette di utilizzare le usuali regole di calcolo per eseguire le operazioni. (X+(-X)) = 0

+5	0 0000101
- 5	1 0000101
0	1 0001010

ESERCIZIO 4. Convertire il numero -19 in modulo e segno a 7 BIT

INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA
DIMES

PASSO 1:Convertire il modulo 19 in binario

19:2 = 9	Resto **1**
9:2= 4	Resto **1**
4:2=2	Resto **0**
2:2=1	Resto **0**
1:2=0	Resto **1**

$$\mathbf{19_{10} = 10011_2}$$

PASSO 2: Aggiungere a sinistra del numeri tanti zeri fino ad arrivare a 6 BIT

$$\mathbf{19_{10} = 010011_2}$$

PASSO 3: Aggiungere a sinistra il BIT rappresentante il segno (per il segno *meno* aggiungiamo 1

$\mathbf{-19_{10MS} = 1010011_2}$ → numero di 7 BIT

Complemento a uno

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

- Approccio
  - La rappresentazione dei numeri positivi è uguale a quella del Modulo e Segno
  - La rappresentazione dei negativi si ottiene dalla rappresentazione del numero positivo invertendo i bit
- Esempi (su 8 bit compreso il bit del segno) :
  - +5 → 0 0000101
  - -5 → 1 1111010
    1 1111111

    +0 -- 00000000
- Difetti
  - Stessi difetti della rappresentazione in modulo e segno (+0→ 00000000 -0→11111111)

Complemento a due

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA
DIMES

- Approccio
  - La rappresentazione dei numeri positivi è uguale a quella del Modulo e Segno
  - La rappresentazione dei negativi si ottiene con la codifica a K bit: **$C_K(-x) = 2^K - x$**
- Esempio
  - n = +35 → 00100011
  - K = 8, $2^K = 256$
  - $C_K(-35) = 256 - 35 = 221$ → 11011101
    - Osservazione
      - Anche in questo caso il primo bit indica il segno
        - 0 = positivo
        - 1 = negativo

Complemento a due (2)

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA
DIMES

- Proprietà:
  - $C_K(-n) = 2^K - n = (2^K - 1) - n + 1$
  - $(2^K - 1) - n$ = complem. a uno di n (basta invertire le cifre)
- Algoritmo per calcolare la rappresentazione in complemento a 2 di un numero negativo:
  1. si rappresenta il valore assoluto in binario
  2. si invertono tutte le cifre (1->0 e viceversa)
  3. si somma 1
- Esempio
  - 5 → 0101
  - -5 → 1011= 1010+1

Osservazioni

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

- Rappresentazione dello 0
  - modulo e segno: rappresentazione ambigua
    - +0 = 00000000 - 0 = 10000000
  - complemento a uno: rappresentazione ambigua
    - +0 = 00000000 - 0 = 11111111
  - complemento a due: rappresentazione univoca
    - il complemento a due di 0…0 è ancora 0…0

Soluzioni degli esercizi

CODIFICA IN COMPLEMENTO A 2

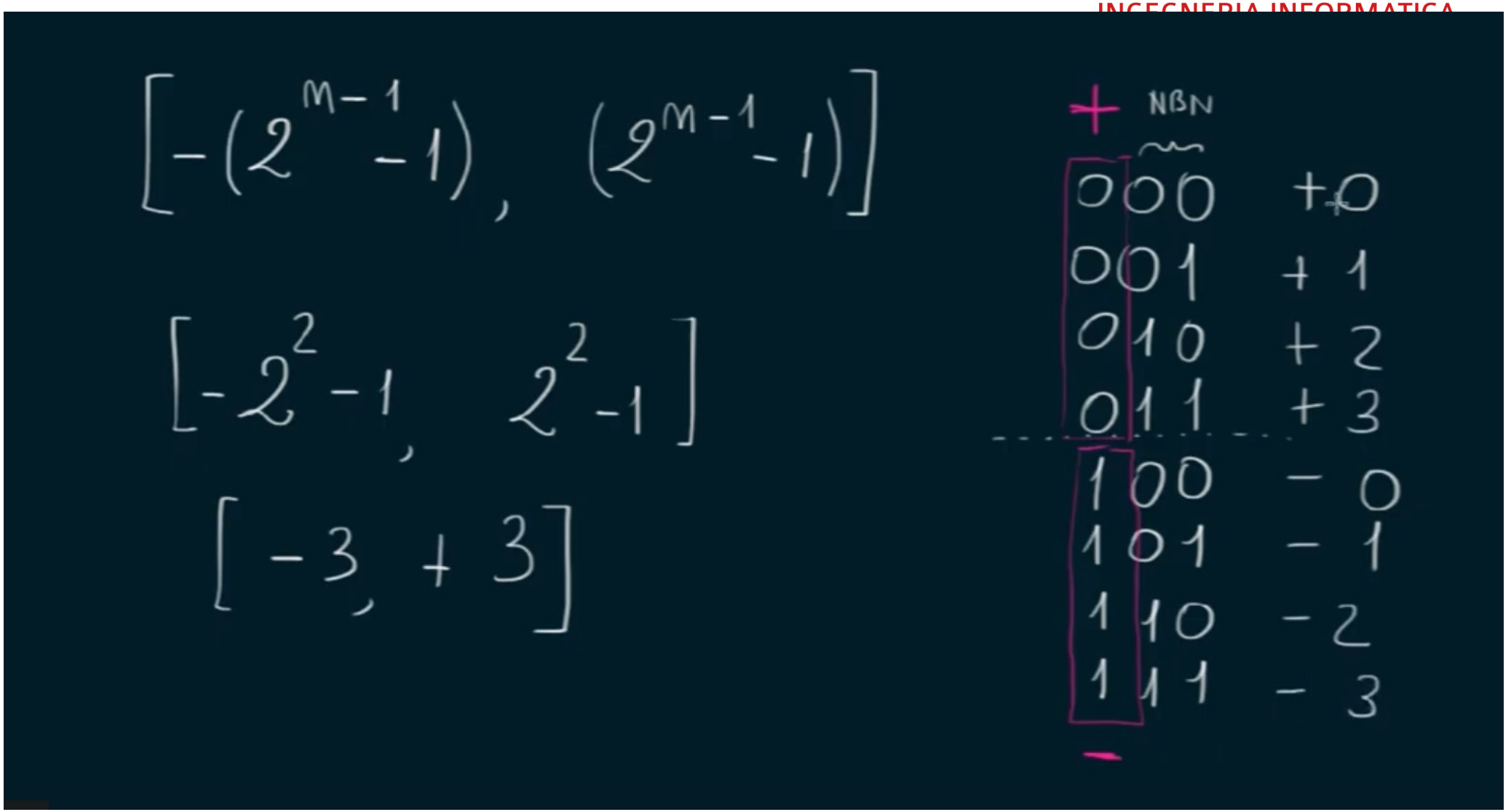
$55_{dieci} = 0\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,1_{due}$	$121_{dieci} = 0\,1\,1\,1\,1\,0\,0\,1_{due}$
$-55_{dieci} = 1\,1\,0\,0\,1\,0\,0\,1_{due}$	$-121_{dieci} = 1\,0\,0\,0\,0\,1\,1\,1_{due}$
$16_{dieci} = 0\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,0_{due}$	$42_{dieci} = 0\,0\,1\,0\,1\,0\,1\,0_{due}$
$-16_{dieci} = 1\,1\,1\,1\,0\,0\,0\,0_{due}$	$-42_{dieci} = 1\,1\,0\,1\,0\,1\,1\,0_{due}$

Intervallo di rappresentazione con K bit

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA
DIMES

- Numeri positivi
  - K bit [0, + 2^K-1]
- Numeri Relativi
  - modulo e segno: [-(2^{K-1}-1), + 2^{K-1}-1]
  - complemento a uno: [-(2^{K-1}-1), + 2^{K-1}-1]
  - complemento a due: [-2^{K-1}, + 2^{K-1}-1]
- K = 4 [-7,+7]
  K= 8 [-127, +127]

K=16 [-32767, +32767]


$\left[-(2^{m-1}-1),\ (2^{m-1}-1)\right]$
$\left[-2^2-1,\ 2^2-1\right]$
$[-3, +3]$
+ NBN
000 +0
001 +1
010 +2
011 +3
100 −0
101 −1
110 −2
111 −3

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

Codifica dei numeri interi

Codice	Nat	MS	C2
0000	0	0	0
0001	1	1	1
0010	2	2	2
0011	3	3	3
0100	4	4	4
0101	5	5	5
0110	6	6	6
0111	7	7	7

Codice	Nat	MS	C2
1000	8	-0	-8
1001	9	-1	-7
1010	10	-2	-6
1011	11	-3	-5
1100	12	-4	-4
1101	13	-5	-3
1110	14	-6	-2
1111	15	-7	-1

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA
DIMES

Esercizio 2

Scrivere i seguenti numeri decimali nelle varie codifiche in Binario Puro, Modulo e Segno, Complemento a 1, Complemento a 2, tutte su 7 bit.

Decimale	Binario	Modulo e Segno	Complemento 1	Complemento 2
15	1111	1111	1111	1111
-15	-1111	1001111	1110000	1110001
-19	-10011	1010011	1101100	1101101
-27	-11011	1011011	1100100	1100101
-63	-111111	1111111	1000000	1000001
-64	-1000000	NON RAPPRESENTABILE	NON RAPPRESENTABILE	1000000
63	111111	111111	111111	111111
64	1000000	NON RAPPRESENTA	NON RAPPRESENTA	NON RAPPRESENT
127	1111111	NON RAPPRESENTA	NON RAPPRESENTA	NON RAPPRESENT

Esercizi

- Dati i seguenti ***numeri decimali interi positivi***:
  - **55, 121, 16, 42**
- Rappresentarli come ***numeri binari su 8 bit***
- Determinare i ***numeri negativi corrispondenti in binario*** con le seguenti rappresentazioni:
  - *Modulo e segno*
  - *In complemento a 1*
  - *In complemento a 2*

ESERCIZIO 8. Convertire il numero -19 in Complemento a 2 a 7 BIT

PASSO 1:Convertire il modulo 19 in binario

$$19_{10} = 10011_2$$

PASSO 2: Aggiungere a sinistra del numeri tanti zeri fino ad arrivare a 7 BIT

$$19_{10} = 0010011_2$$

PASSO 3: Invertire i BIT

$$1101100_2$$

PASSO 4: Aggiungere 1

$$\begin{array}{r} 1101100 \\ \underline{0000001} \\ 1101101 \end{array}$$

$$-19_{10} = 1101101_{C2}$$

ESERCIZIO 11. Convertire in base 10 il numero 00111_{C2}

Poiché il primo numero è 0 si tratta di un numero **Positivo**

$00111_{C2} = 00111_2 \rightarrow +7$

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

ESERCIZIO 10. Convertire in base 10 il numero 10111_{C2}

Poiché il primo numero è 1 si tratta di un numero **NEGATIVO**

PASSO 1: Invertire i BIT

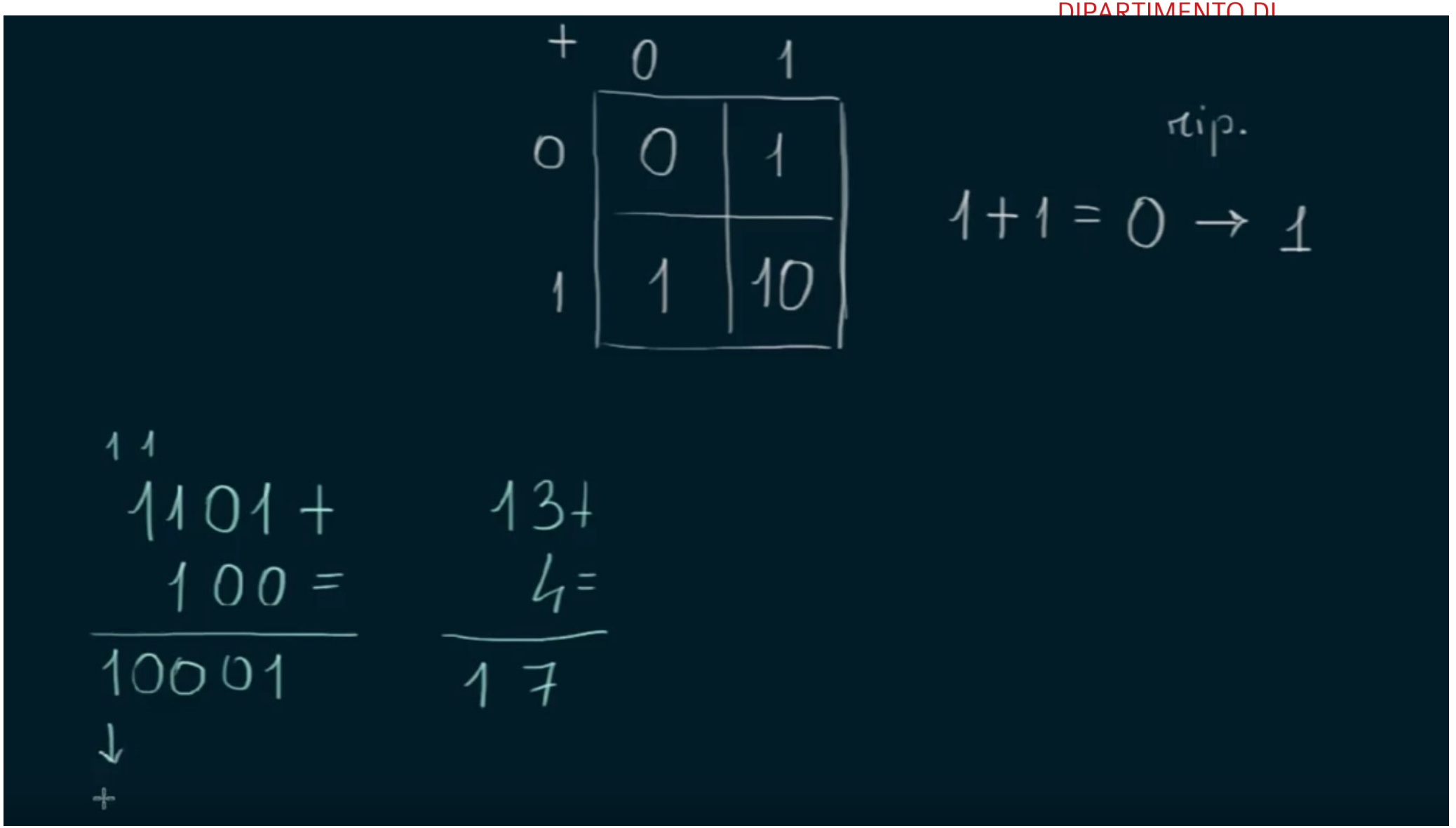
01000

PASSO 2: Aggiungere 1

01001

PASSO 3:Convertire in decimale

$$\mathbf{01001_2 = 9} \rightarrow 10111_{C2} \mathbf{= -9}$$


+ 0 1
0 0 1
1 1 10
rip.
1+1 = 0 → 1
1 1
1101 +
100 =
10001
131
4=
17
↓
+

Operazioni algebriche: somma e sottrazione su interi

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA, MODELLISTICA, ELETTRONICA E SISTEMISTICA

Somme fra "cifre":

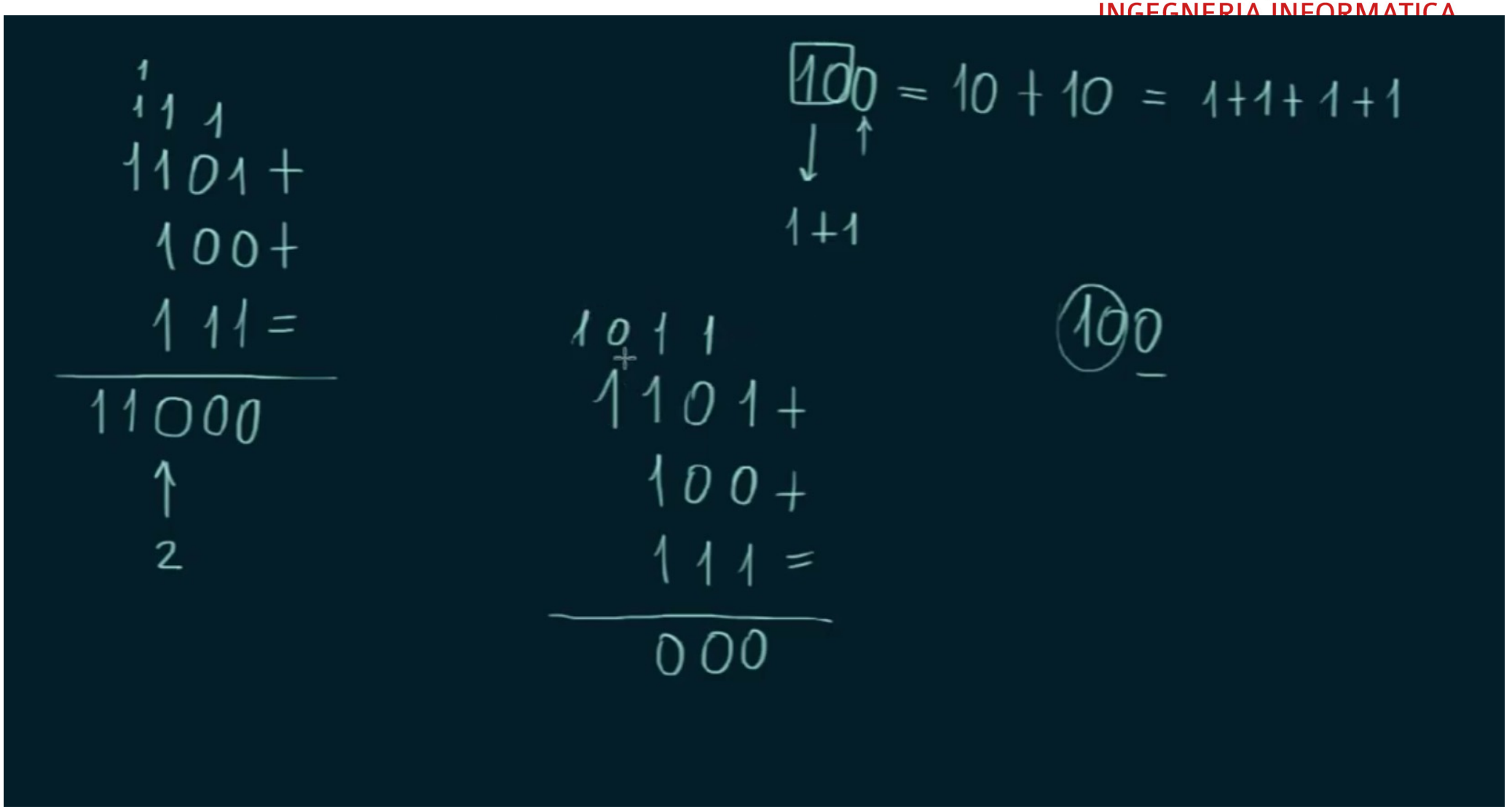
0 + 0 = 0 **1 + 0 = 1** **0 + 1 = 1** **1 + 1 = 10**

← riporto **prestito →**

1		**1**						**0**			
	1	**0**	**1**	**1**	**0 +**	**1**	**1**	**1**	**0 -**		
	1	**0**	**1**	**0**	**1 =**	**0**	**1**	**0**	**1 =**		
1	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**		

Vantaggio della codifica *complemento a 2*:

La sottrazione equivale alla somma del minuendo col complemento del sottraendo


1
1 1 1
1101 +
100 +
111 =
11000
2
100 = 10 + 10 = 1+1+1+1
1+1
1011
1101 +
100 +
111 =
000
100

ESERCIZIO 12. Calcolare utilizzando il complemento a 2: **12-14**

Si scrive la differenza come somma

12 + (-14)

Si convertono **12** e **(-14)** con il complemento a due

12:2=6 Resto 0 ↑
6:2=3 Resto **0**
3:2=1 Resto **1**
1:2=0 Resto **1**

14:2=7 Resto **0** ↑
7:2=3 Resto **1**
3:2=1 Resto **1**
1:2=0 Resto **1**

14_{10} =1110_2 → invertire e sommare 1 ottenere "-14"

14_{10} =001110_2 →

Invertire e sommare 1 ottenere "-14" 110010_{C2}

12_{10} =1100_2

12_{10} =001100_2 (a 6 bit)

Sommare “-14” e 12:

001100
110010
111110

Poiché 12+(-14) = -2 Allora la codifica di “**-2**” dovrebbe essere uguale al risultato ottenuto**.**

Verifica

Poiché inizia con 1 il numero è negativo allora si calcola il modulo di 111110
Si invertono i caratteri e si aggiunge 1 → **000010 (modulo del numero negativo)**
Conversione in base 10 del modulo

$000010 = 2^1 * 1 = 2$

Dunque 111110_{C2} = **-2**

- Fare la ***somma*** dei numeri binari in complemento a 2 codificati su $n = 8$ bit che corrispondono ai numeri 16_{dieci} e -42_{dieci}

[16] **0 0 0 1 0 0 0 0 +**

[-42] **1 1 0 1 0 1 1 0**

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

- Fare la ***somma*** dei numeri binari in complemento a 2 codificati su $n = 8$ bit che corrispondono ai numeri 16_{dieci} e -42_{dieci}

1 1 0 0 1 1 0 ➔ 0 0 1 1 0 1 0 ➔ 16 + 8 + 2 = 26

Quindi -26_{dieci}

[16] **0 0 0 1 0 0 0 0 +**

[-42] **1 1 0 1 0 1 1 0**

1 1 1 0 0 1 1 0 **Segno:** negativo (1)

$-5_{dieci} = 111011_{due}$ su n = 6 bit

$-28_{dieci} = 100100_{due}$ su n = 6 bit

[-5] 1 1 1 0 1 1 +

[-28] 1 0 0 1 0 0

(1)0 1 1 1 1 1

rip 1 0 ➔ overflow

NOTA: Fare attenzione a i casi in cui si ottiene valore fuori dall'intervallo rappresentabile, ovvero:

1- addendi dello stesso segno
2- segno del risultato ≠ segno degli addendi

Se si verificano i due punti precedenti, allora è necessario aggiungere un bit agli addendi.

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

Numeri interi positivi e overflow

Numeri più grandi del massimo numero rappresentabile creano problemi cosiddetti di **overflow**

Esempio: supponiamo che il computer supporti una rappresentazione dei numeri a 8 bit e si voglia eseguire la seguente operazione fra numeri binari:

11111111 + (255)

00000001 = (1)

********* **-> errore di overflow**

Il risultato sarebbe 10000 0000 (9 cifre!), l'elaborazione si arresta e viene segnalato un errore di overflow

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA INFORMATICA,
MODELLISTICA, ELETTRONICA
E SISTEMISTICA
DIMES

Operazioni algebriche: Errori

- Problema
  - Gli elaboratori elettronici utilizzano un numero fissato di bit per rappresentare un dato tipo di numeri
  - un'operazione può produrre un valore non rappresentabile: il numero di bit disponibili è minore di quelli necessari
- Overflow
  - Il valore assoluto del risultato è maggiore della massima quantità rappresentabile
  - l'approssimazione con la massima quantità rappresentabile potrebbe implicare un notevole errore
- Underflow
  - il risultato è minore (in valore assoluto) della minima quantità rappresentabile
  - nella rappresentazione in virgola mobile, corrisponde ad un overflow dell'esponente
  - il risultato è approssimato con **0** (e si segnala la condizione)

Esercizio: eseguire 53_{10} - 35_{10} in complemento a due su 8 bit

$35_{10} = 00100011_2$ *opposto*: $-35_{10} = 11011101_2$

$53_{10} - 35_{10} = 18_{10}$ $\Rightarrow$ $53_{10} + (-35)_{10} = 18_{10}$ $\Rightarrow$

11111101

$00110101_2 + 11011101_2 =$

$(100010010_2) \bmod 2^8$

$\downarrow$

$00010010_2 = 18_{10}$

Esercizio: eseguire 15_{10} - 38_{10} in complemento a due su 8 bit

$38_{10} = 00100110_2$ *opposto*: $-38_{10} = 11011010_2$

$15_{10} - 38_{10} = -23_{10}$ $\Rightarrow$ $15_{10} + (-38)_{10} = -23_{10}$ $\Rightarrow$

00011110

$00001111_2 + 11011010_2 =$

$(011101001_2) \bmod 2^8$

$\downarrow$

$00010111_2 = 23_{10}$